2種類の故障を対象とした延長保証サービス契約に関する一考察†

林 坂 弘一郎

概 要

自動車，家電製品やスマートフォンなどの故障に対しては，そのメーカによって標準で1年間保証されることが多くある．本論文では，スマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC などを念頭に置き，メーカ保証期間を延長する延長保証サービス契約を考える．さらに，システムには経年劣化現象による故障だけでなく，落下や水没など顧客の過失による偶発故障も発生する状況を想定し，2種類の故障に対してプロバイダが無償で修理を提供する保証契約を提案する．このような延長保証サービス契約に対する契約価格の設定方法確立に貢献することを目的とし，顧客およびプロバイダの最適戦略を示す．また，数値例を用いて提案したモデルの特徴についても考察する．

キーワード：保証，延長保証契約，信頼性，再生過程，ポアソン過程，期待効用，期待利益，最適戦略

1. まえがき

スマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC などの携帯端末には家電製品と同様に1年間のメーカ保証期間が予め設定されている場合がほとんどである．顧客にこのような保証を提供する場合，メーカは販売後の保証期間中に発生する故障に対して修理を提供する必要があるため，将来発生する保証費用を事前に見積もった上でシステムの販売価格に反映させることは経営戦略上非常に重要である．システムの信頼性を考慮して保証費用を分析した研究は筆者の知る限りにおいては Menke [1] まで遡る．その後，様々な種類の保証に対して必要となる費用を分析するためのモデルが数多く提案され，Blischke and Murthy [2,3] によって広範囲にわたってまとめられた．近年においても引き続き保証費用の分析結果 [4–6] が数多く報告されている．

† 本研究の一部は JSPS（日本学術振興会）科研費 25750132 の助成を受けたものである．

一方で保証の費用やその契約価格の最適化問題を取り扱った研究も存在する．Asgharizadeh ら [7–9] は保守サービス契約に対する契約価格の最適化問題を取り扱った．また林坂ら [10] は保証期間延長サービス契約に関する契約価格の最適化問題を提案し，Rinsaka ら [11] では保証期間中の故障に対しては新品に交換するサービスの契約価格最適化問題を取り扱った．

これまで家電製品が故障した場合，多くのメーカまたはプロバイダ（以降，プロバイダと呼ぶ）は故障機材を預かり，修理センター等で修理を実施し，後日返却するという方法を採用してきた．このような修理方法の場合，故障機材をプロバイダに預け，後日に修理完了品を受け取るために顧客は少なくとも２回はプロバイダに足を運ぶ必要がある．また，修理センターでの修理に 2〜3 週間要することも少なくない．この間，機材を使用できなかったり，代替機材を借り受ける必要がある．一方で，プロバイダにとっても，顧客から預かった故障機材を一つひとつ管理し，センターにおいて短時間で修理し，修理完了後には顧客に連絡，引き渡す必要があるため，多くのコストを要していた．また，預かり修理期間中には場合によっては代替機材を貸し出すことも必要になる．

近年のスマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC の修理に対しては，新たな方策がとられつつある．すなわち，修理再生品（または新品）との交換である．修理再生品とは，故障によって顧客から持ち込まれたシステムのうち，正常に動作し，かつ CFR (Constant Failure Rate) の故障特性を持つ内部部品（例えば内部の半導体基板など）のみを再利用し，IFR (Increasing Failure Rate) 故障特性を持つ部品（バッテリーなど），および顧客の目に直接触れる外装部品（ケース，ディスプレイなど）は新品を利用して組み立てた製品である．このような製品の一部の部品には，他の顧客が故障機材として持ち込んだものから取り出された再利用の中古部品が利用されているものの，故障率の観点からも，顧客から見た外見も新品と同様である．このような修理再生品はスマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC の修理交換機材としては顧客にとって充分に受け入れ可能な状態である．

システムの故障に対して修理再生品をもって交換することは，顧客，プロバイダともに利点が得られる．顧客にとっては，故障したシステムをプロバイダに持ち込めば，数十分から一時間程度で交換品を受け取ることができ，バックアップからデータをリストアするだけで引き続きシステムを使用可能である．また，システム内部は故障率の観点からは新品同様であり，外装部品は新品であることから顧客の満足度も高くなる．一方，プロバイダにとっては，顧客への対応が一度で済むだけでなく，故障によって回収したシステムは後日に修理センターで分解し，正常動作する CFR 故障特性の部品のみを再利用して，修理再生品を組み立てればよい．このとき，すぐに顧客に返却する必要はないため修理のスケジューリングに余裕が生まれる．また，故障機材をまだ十分に確保できない新製品の発売段階では，修理交

換のために需要に一定割合だけ加えた台数を生産し，この余剰分を交換用機材として準備しておけばよい．近年の代表的なスマートフォンのように EMS (Electronics Manufacturing Service) で同一機種を数百万台以上生産するような場合は，一定割合だけ多く生産するために必要なコストの増分は僅かである．

本論文では，システムに 2 種類の故障が発生しうると考える．Type-I 故障は多くの研究で考慮されてきた主に経年劣化現象による故障である．この故障は通常はメーカの保証が適用されるものである．一方で Type-II 故障はメーカの保証が適用されない顧客の過失による偶発故障である．例えば，携帯端末の落下によるディスプレイの損傷や水没などである．本論文ではプロバイダが保証期間を延長し，Type-I 故障に対してはその故障時刻に関わらず修理再生品との無償交換を行うと同時に，Type-II 故障についても無償で修理を提供するような延長保証サービス契約を提案する．このような延長保証サービス契約に対する契約価格の設定方法の確立に貢献することが本論文の目的である．

本論文の構成は次の通りである．**2.** では本論文で提案する延長保証サービス契約のオプションとモデルの仮定について述べる．**3.** で各オプションを選択したときの顧客の金銭的利潤を定式化し，期待効用を導出する．**4.** ではプロバイダの期待利益を定式化する．さらに **5.** では期待効用を最大化する顧客の最適戦略を示し，これに基づいて期待利益を最大化するプロバイダの最適戦略を示す．**6.** ではスマートフォン等を念頭に置いた数値例を示すことにより，本論文で提案した延長保証サービス契約モデルの特徴について考察する．

2.　モデル

本研究では，スマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC 等の携帯型情報端末（以降，システムと呼ぶ）を念頭に置いた延長保証契約を考える．システムの故障は次の 2 種類に分類できると仮定する．Type-I 故障は設計不良，製造不良や摩耗故障である．例えば，ボタンの劣化，バッテリーの劣化などであり，このような故障はメーカによって保証される．一方，Type-II 故障は顧客の過失による外装部品の故障である．例えば落下によるディスプレイの損傷であり，これはメーカ保証の適用範囲外である．

今，システム導入後の保証期間を W_1 (> 0) とする．保証期間中 $(0,\ W_1]$ にシステムが Type-I 故障すれば，メーカはまたはプロバイダ（以降，プロバイダと呼ぶ）が無料で修理を行う．プロバイダは顧客に対して以下の 3 種類のオプションを提供していると仮定する．

(1) オプション A_1　プロバイダは契約料金 $P_a\ (>0)$ で保証期間を延長して $(0,\ W_2]$ の間，Type-I 故障に対して保証を行い，この期間中のすべての Type-I 故障に対して無償で修理を提供する．また保証適用範囲も拡大し，$(0,\ W_2]$ 期間中の Type-II 故障に対しても無償修理を提供する．また，延長保証終了後 $(W_2,\ L]$ の Type-I, Type-II 故障についてはどちらも 1 回あたり $C_s\ (>0)$ の料金で修理を提供する．

(2) オプション A_2　プロバイダはメーカ保証期間中 $(0,\ W_1]$ の Type-I 故障に対しては無償で修理を提供する．また，$(W_1,\ L]$ の Type-I 故障および，$(0,\ L]$ の Type-II 故障については，1 回あたり $C_s\ (>0)$ の料金で修理を提供する．

(3) オプション A_0　システムを購入しない．

なお，顧客はシステム購入時にオプション A_1 あるいは A_2 のどちらかを選択して契約する必要がある．しかしながら，どちらのオプションを選択した場合にも期待効用が負となる場合には，顧客はオプション A_0 を選択するものとする．また，以下では顧客がシステムを利用する期間を $L\ (=W_2)$ とする．

顧客にとって，オプション A_1 を契約した場合には，Type-I 故障の保証期間が延長されるだけでなく，Type-II 故障まで保証されることとなるが，延長保証契約料金 P_a の支払いが必要となる．一方で，オプション A_2 の契約を結んだ場合には，保証期間後のシステムの Type-I 故障回数や，導入後の過失による Type-II 故障回数に依存した修理料金が必要となる．

本論文では，von-Neumann = Morgenstern [12] らによって確立された期待効用理論を適用して，顧客の最適戦略を定式化する．顧客の金銭的な利潤を ω で表し，顧客の効用関数を $U(\omega)$ で表すこととする．以下では次式で与えられる効用関数 [13,14] を適用することとする．

$$U(\omega)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{-\beta\omega}}{\beta}, & \beta>0\\ \omega, & \beta=0\end{cases}\tag{1}$$

なお，式 (1) の効用関数は危険回避的な主体と危険中立的な主体の両方が表現可能である．式 (1) において，β は顧客のリスクに対する態度を表す．$\beta>0$ のとき，顧客は危険回避的な主体であり，危険回避的な主体とは，利得の期待値が等しければ不確実な利得よりも確実な利得を好む主体のことである．また，$\beta=0$ のとき，顧客は危険中立的な主体であり，危険中立的な主体とは，期待値さえ等しければ，変動的で不確実な利得と，確実な利得とを同等に評価する主体のことである [15]．

システムに Type-I 故障が発生したとき，プロバイダは修理再生品に交換することとする．前述の通り，修理再生品は半導体基板など CFR 故障特性を持つ内部部品のみを再利用し，IFR 故障特性をもつ内部部品と外装部品には新品を利用して組み立てた製品である．これは故障率の意味では新品同様であり，完全修理を実施したことと等しい．

一方で Type-II 故障については小修理 [16, 17] を行うものとする．なお，小修理という概念は Barlow ら [16] によって最初に提案された．この場合，小修理後の故障率は Type-II 故障の直前の状態に戻ることになる．

今，N_{I_1} (≥ 0)，N_{I_2} (≥ 0) をそれぞれ，期間 $(0,\ W_1]$，$(W_1,\ W_2]$ における Type-I 故障回数を表す確率変数とする．同様に，N_{II_1} (≥ 0)，N_{II_2} (≥ 0) をそれぞれ，期間 $(0,\ W_1]$，$(W_1,\ W_2]$ における Type-II 故障の回数を表す確率変数とする．また $N_{\mathrm{I}} = N_{\mathrm{I}_1} + N_{\mathrm{I}_2}$ および $N_{\mathrm{II}} = N_{\mathrm{II}_1} + N_{\mathrm{II}_2}$ と定義する．

時刻 $t = 0$ でシステムの利用を開始し，時刻 t $(0 \leq t \leq W_2)$ までにシステムに発生した Type-I 故障回数を $N_{\mathrm{I}}(t)$ とする．Type-I 故障後に実施する修理再生品への交換は，故障率の観点からは完全修理と等しいことから，確率過程 $\{N_{\mathrm{I}}(t);\ t \geq 0\}$ は再生時間分布 $F_{\mathrm{I}}(t)$ をもつ再生過程 [18–20] に従う．

X_i を i 回目に Type-I 故障が発生したときに使用されたシステムの故障時間を表す確率変数とする．X_i はすべての i に対して同じ確率分布 $F_{\mathrm{I}}(t)$ をもつ．S_{I_n} を n 回目の Type-I 故障の時刻を表す確率変数とすると，$S_{\mathrm{I_n}}$ は

$$S_{\mathrm{I}_n} = X_1 + X_2 + \cdots + X_n \tag{2}$$

と表すことができる．X_i $(i = 1, \cdots, n)$ はそれぞれ独立であることから，

$$\Pr\{S_{\mathrm{I}_n} \leq t\} = F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t) \tag{3}$$

となる．ここで，$F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t)$ は分布関数 $F_{\mathrm{I}}(t)$ の n 重畳込みを表し，

$$F_{\mathrm{I}}^{(1)}(t) = F_{\mathrm{I}}(t) \tag{4}$$

$$F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t) = \int_0^t F_{\mathrm{I}}^{(n-1)}(t-x) f_{\mathrm{I}}(x) dx \tag{5}$$

によって定義され，$f_{\mathrm{I}}(t) = dF_{\mathrm{I}}(t)/dt$ である．すなわち，$F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t)$ は時刻 t までに n 回以上の Type-I 故障が生ずる確率を意味している．これを用いると，時刻 t までにちょうど n 回の Type-I 故障が起こる確率は，

$$\Pr\{N_{\mathrm{I}}(t) = n\} = F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t) - F_{\mathrm{I}}^{(n+1)}(t) \tag{6}$$

となる．ただし，$F_{\mathrm{I}}^{(0)}(t) = 1$ とする．

時刻 t までの Type-I 故障回数 $N_{\mathrm{I}}(t)$ の期待値である再生関数 (renewal function) $M_{\mathrm{I}}(t) \equiv E[N_{\mathrm{I}}(t)]$ は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{I}}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} n \Pr\{N_{\mathrm{I}}(t) = n\} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n \left[F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t) - F_{\mathrm{I}}^{(n+1)}(t)\right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} F_{\mathrm{I}}^{(n)}(t). \end{aligned} \tag{7}$$

なお，修理に要する時間は無視できるものと仮定する．

以下では，Type-I 故障時間分布 $F_{\mathrm{I}}(t)$ が指数分布，

$$F_{\mathrm{I}}(t) = 1 - e^{-\lambda_{\mathrm{I}} t}, \quad t \geq 0, \quad \lambda_{\mathrm{I}} > 0 \tag{8}$$

及び2次のガンマ分布

$$F_{\mathrm{I}}(t) = 1 - (1 + \lambda_{\mathrm{I}} t)\, e^{-\lambda_{\mathrm{I}} t}, \quad t \geq 0, \quad \lambda_{\mathrm{I}} > 0 \tag{9}$$

に従う場合について考察することとする．このとき，式 (8) に対する再生関数は

$$M_{\mathrm{I}}(t) = \lambda_{\mathrm{I}} t \tag{10}$$

となり，時刻 t までにちょうど n 回の Type-I 故障が起こる確率は，

$$\Pr\{N_{\mathrm{I}}(t) = n\} = \frac{(\lambda_{\mathrm{I}} t)^n}{n!} e^{-\lambda_{\mathrm{I}} t} \tag{11}$$

で与えられる．一方で，式 (9) に対する再生関数は

$$M_{\mathrm{I}}(t) = \frac{\lambda_{\mathrm{I}} t}{2} - \frac{1}{4}\left(1 - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} t}\right) \tag{12}$$

となり [19, 20]，時刻 t までにちょうど n 回の Type-I 故障が起こる確率は，

$$\Pr\{N_{\mathrm{I}}(t) = n\} = \frac{(\lambda_{\mathrm{I}} t)^{2n}}{(2n)!}\left(1 + \frac{\lambda_{\mathrm{I}} t}{2n+1}\right) e^{-\lambda_{\mathrm{I}} t} \tag{13}$$

で与えられる [20]．

これに対して，Type-II 故障は，顧客の過失により偶発的に発生すると仮定する．このとき，Type-II 故障時間間隔 $F_{\mathrm{II}}(t)$ は指数分布に従い，

$$F_{\mathrm{II}}(t) = 1 - e^{-\lambda_{\mathrm{II}} t}, \quad t \geq 0, \quad \lambda_{\mathrm{II}} > 0 \tag{14}$$

とする．時刻 t でのシステムの Type-II 故障回数 $N_{\mathrm{II}}(t)$ はポアソン過程 [18,19] に従い，

$$\Pr\{N_{\mathrm{II}}(t)=n\}=\frac{(\lambda_{\mathrm{II}}t)^n}{n!}e^{-\lambda_{\mathrm{II}}t},\quad n=0,1,2,\cdots \tag{15}$$

を満たす．ここで，$\lambda_{\mathrm{II}}t$ はポアソン過程の平均値関数である．また，Type-II 故障に対しては小修理を実施するので，システム全体の故障率は故障直前の状態に戻る．したがって，Type-II 故障に対する修理が Type-I 故障の故障率に一切影響を与えないことに注意を要する．なお，以降の議論では特に断らない限り，Type-I 故障時間間隔が指数分布に従い，顧客のリスクに対するパラメータが $\beta>0$ である場合について議論を展開し，ガンマ分布の場合や $\beta=0$ の場合の結果は別途示すこととする．

3.　顧客の期待効用

ここでは，オプション A_k $(k=0,1,2)$ を選択した場合に顧客に生ずる金銭的利潤を定式化し，その期待効用を導出する．オプション A_k $(k=0,1,2)$ を選択した場合の顧客の金銭的利潤を $\omega(A_k)$ $(k=0,1,2)$ と書くこととする．

3.1　オプション A_1 での期待効用

システムの導入費用を C_b (>0) とし，システムの運用によって得られる単位時間当り収益を R (>0) とする．オプション A_1 の契約料金が P_a であるので，オプション A_1 を契約した場合の顧客の金銭的利潤 $\omega(A_1)$ は

$$\omega(A_1)=RL-C_b-P_a \tag{16}$$

となる．式 (16) で与えられる金銭的利潤には，不確実性は存在しない．式 (16) を式 (1) に代入することで，オプション A_1 を選択した場合の期待効用 $E[U(A_1;P_a,C_s)]$ は

$$E[U(A_1;P_a,C_s)]=\frac{1}{\beta}\left[1-e^{-\beta(RL-C_b-P_a)}\right] \tag{17}$$

となる．

3.2　オプション A_2 での期待効用

オプション A_2 を選択した場合，$(0,\ W_1]$ に発生した Type-I 故障については無償で修理を受けることができるが，それ以外の故障は 1 回あたり C_s の有償修理を受けることとなる．

保証期間終了後 $(W_1,\ L]$ における Type-I 故障回数は N_{I_2}，利用期間中 $(0,\ L]$ での Type-II 故障回数は N_{II} である．一方でシステムの利用により得られる収益はオプション A_1 の場合と同様である．よって，オプション A_2 を選択したときの顧客の金銭的利潤 $\omega(A_2)$ は次のように定式化することができる．

$$\omega(A_2) = RL - C_b - (N_{\mathrm{I}_2} + N_{\mathrm{II}})\,C_s \tag{18}$$

オプション A_2 を選択したときの顧客の期待効用は

$$E[U(A_2; P_a, C_s)] = E[E[E[U(A_2; P_a, C_s | N_{\mathrm{I}_2}, N_{\mathrm{II}})]]] \tag{19}$$

で与えられる．ここで，N_{II} の条件を消去すると，N_{I_2} の条件付き期待効用は，

$$\begin{aligned} &E[U(A_2; P_a, C_s | N_{\mathrm{I}_2})] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} E[U(A_2; P_a, C_s | N_{\mathrm{I}_2}, N_{\mathrm{II}} = n)] \Pr\{N_{\mathrm{II}} = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta}\left[1 - e^{-\beta\left(RL - C_b - N_{\mathrm{I}_2} C_s - nC_s\right)}\right] \frac{(\lambda_{\mathrm{II}} W_2)^n}{n!} e^{-\lambda_{\mathrm{II}} W_2} \\ &= \frac{1}{\beta}\left[1 - e^{-\beta\left(RL - C_b - N_{\mathrm{I}_2} C_s\right) - \lambda_{\mathrm{II}} W_2\left(1 - e^{\beta C_s}\right)}\right] \end{aligned} \tag{20}$$

となる．同様に，N_{I_2} の条件を消去すると，オプション A_2 を選択したときの顧客の期待効用は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} &E[U(A_2; P_a, C_s)] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} E[U(A_1; P_a, C_s | N_{\mathrm{I}_2} = n)] \Pr\{N_{\mathrm{I}_2} = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta}\left[1 - e^{-\beta(RL - C_b - nC_s) - \lambda_{\mathrm{II}} W_2\left(1 - e^{\beta C_s}\right)}\right] \\ &\quad \times \frac{(\lambda_{\mathrm{I}} W_2 - \lambda_{\mathrm{I}} W_1)^n}{n!} e^{-(\lambda_{\mathrm{I}} W_2 - \lambda_{\mathrm{I}} W_1)} \\ &= \frac{1}{\beta}\left\{1 - e^{-\beta(RL - C_b) - [\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2]\left(1 - e^{\beta C_s}\right)}\right\} \end{aligned} \tag{21}$$

3.3　オプション A_0 での期待効用

顧客がオプション A_0 を選択した場合，収益も費用も発生しないとする．このとき，顧客の金銭的利潤 $\omega(A_0)$ は

$$\omega(A_0) = 0 \tag{22}$$

となる．よって，オプション A_0 での顧客の期待効用は次式で与えられる．

$$E[U(A_0; P_a, C_s)] = 0 \tag{23}$$

3.4　危険中立的な場合

$\beta = 0$ のとき，顧客は危険中立的な主体である．このとき，オプション A_1 での期待効用は式 (17) において $\beta \to 0$ とすることにより

$$E[U(A_1; P_a, C_s)] = RL - C_b - P_a \tag{24}$$

となる．オプション A_2 での期待効用は式 (21) に対して同様の操作を行い

$$E[U(A_2; P_a, C_s)] = RL - C_b - [\lambda_{\mathrm{I}} (W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2]\, C_s \tag{25}$$

を得る．

3.5　ガンマ分布に従う場合

Type-I 故障分布が式 (9) で与えられる次数 2 のガンマ分布に従う場合，$\beta > 0$ に対してオプション A_2 での顧客の期待効用を解析的に導出することは困難である．しかしながら，$\beta = 0$ の場合には式 (12) を利用することで以下のとおり導出可能である．

$$\begin{aligned} & E[U(A_2; P_a, C_s)] \\ &= RL - C_b - \left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}} (W_2 - W_1)}{2} + \frac{1}{4} \left(e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_2} - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_1} \right) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2 \right] C_s \end{aligned} \tag{26}$$

4.　プロバイダの期待利益

プロバイダの期待利益は自身の決定変数 (P_a, C_s) だけでなく，顧客の行動にも依存する．以下では顧客がオプション A_k ($k = 0, 1, 2$) を選択したときのプロバイダの利益を $\pi(P_a, C_s; A_k)$ と書くこととする．

4.1　オプション A_1 での期待利益

顧客がオプション A_1 を契約した場合，プロバイダの収入は P_a である．この場合，(0, W_2] で発生したすべての Type-I 故障および Type-II 故障に対して無償で修理を提供することになる．(0, W_2] の Type-I，Type-II 故障の発生回数はそれぞれ，N_{I}，N_{II} であり，その修理費用の期待値を C_r (> 0) とする．顧客がオプション A_1 を選択したときのプロバイダの利益は

$$\pi(P_a, C_s; A_1) = P_a - (N_{\mathrm{I}} + N_{\mathrm{II}})\, C_r \tag{27}$$

となり，期待利益は

$$E[\pi(P_a, C_s; A_1)] = P_a - (\lambda_{\mathrm{I}} + \lambda_{\mathrm{II}})\, W_2 C_r \tag{28}$$

となる．

4.2　オプション A_2 での期待利益

顧客がオプション A_2 を選択した場合，プロバイダは，$(0,\ W_1]$ に N_{I_1} 回発生した Type-I 故障に対しては無償で修理を提供することになる．また $(W_1,\ W_2]$ に N_{I_2} 回発生した Type-I 故障と $(0,\ W_2]$ に N_{II} 回発生した Type-II 故障に対しては 1 回あたり C_s の料金で修理を提供する．よって，プロバイダの利益は

$$\pi(P_a, C_s; A_2) = (N_{\mathrm{I}_2} + N_{\mathrm{II}})\,(C_s - C_r) - N_{\mathrm{I}_1} C_r \tag{29}$$

となる．したがって，顧客がオプション A_2 を選択したときのプロバイダの期待利益は

$$E[\pi(P_a, C_s; A_2)] = [\lambda_{\mathrm{I}}\,(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2]\,(C_s - C_r) - \lambda_{\mathrm{I}} W_1 C_r \tag{30}$$

となる．

4.3　オプション A_0 での期待利益

顧客がオプション A_0 を選択した場合，プロバイダには収入も費用も発生しない．したがって，利益は

$$\pi(P_a, C_s; A_0) = 0 \tag{31}$$

であり，期待利益も次式となる．

$$E[\pi(P_a, C_s; A_0)] = 0 \tag{32}$$

4.4　ガンマ分布に従う場合

Type-I 故障分布が次数 2 のガンマ分布に従う場合，顧客がオプション A_1，A_2 を選択したときのプロバイダの期待利益は，式 (27)，(29)，および式 (12) より，以下のとおりとなる．

$$\begin{aligned} &E[\pi(P_a, C_s; A_1)] \\ &\quad = \ P_a - \left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}} W_2}{2} - \frac{1}{4}\left(1 - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_2}\right) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2\right] C_r, \end{aligned} \tag{33}$$

$$
\begin{aligned}
&E[\pi(P_a, C_s; A_2)] \\
&= \left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1)}{2} + \frac{1}{4}\left(e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_2} - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_1}\right) + \lambda_{\mathrm{II}}W_2\right](C_s - C_r) \\
&\quad - \left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}}W_1}{2} - \frac{1}{4}\left(1 - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_1}\right)\right] C_r
\end{aligned}
\tag{34}
$$

5.　最適戦略

5.1　顧客の最適戦略

はじめに，オプション A_1 と A_2 で得られる期待効用について比較を行う．

$$
E[U(A_1; P_a, C_s)] > E[U(A_2; P_a, C_s)] \tag{35}
$$

であれば，$A_1 \succ A_2$ となり，

$$
E[U(A_1; P_a, C_s)] = E[U(A_2; P_a, C_s)] \tag{36}
$$

であれば，$A_1 \sim A_2$ となる．ここで，$x \succ y$ は x が y よりも選好されることを意味し，$x \sim y$ は x と y が無差別であることを意味する．式 (36) に式 (17)，(21) を代入し，P_a について解けば，次式の無差別曲線が得られる．

$$
P_a = \frac{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}}W_2}{\beta}\left(e^{\beta C_s} - 1\right) \tag{37}
$$

式 (37) の右辺を $\Psi_1(C_s)$ と書くこととすると，$P_a = \Psi_1(C_s)$ は C_s に関して単調増加である．なお，無差別曲線 $P_a = \Psi_1(C_s)$ 上ではオプション A_1 と A_2 とが顧客に同じ効用をもたらし，$A_1 \sim A_2$ となる．したがって，$P_a > \Psi_1(C_s)$ の領域では $A_2 \succ A_1$ となり，$P_a < \Psi_1(C_s)$ の領域では $A_1 \succ A_2$ となる．

次に，オプション A_1 と A_0 の期待効用について比較を行う．

$$
E[U(A_1; P_a, C_s)] > E[U(A_0; P_a, C_s)] \tag{38}
$$

であれば，$A_1 \succ A_0$ となり，

$$
\begin{aligned}
E[U(A_1; P_a, C_s)] &= E[U(A_0; P_a, C_s)] \\
&= 0
\end{aligned}
\tag{39}
$$

であれば，$A_1 \sim A_0$ となる．ここで，顧客がオプション A_1 の契約料金として支払っても良いと考える最高価格，すなわち留保価格を $\overline{P_a}$ とすれば，式 (17)，(39) より

$$
\overline{P_a} = RL - C_b \tag{40}
$$

となり，$P_a = \overline{P_a}$ は P_a 軸と平行な直線となる．このとき，$P_a > \overline{P_a}$ の領域では $A_0 \succ A_1$ となり，$P_a < \overline{P_a}$ を満たす領域では $A_1 \succ A_0$ となる．

最後に，オプション A_2 と A_0 の比較を行う．

$$E[U(A_2; P_a, C_s)] > E[U(A_0; P_a, C_s)] \tag{41}$$

であれば，$A_2 \succ A_0$ となり，

$$\begin{aligned} E[U(A_2; P_a, C_s)] &= E[U(A_0; P_a, C_s)] \\ &= 0 \end{aligned} \tag{42}$$

であれば，$A_2 \sim A_0$ となる．同様に C_s の留保価格を $\overline{C_s}$ とすれば，式 (21)，(42) より

$$\overline{C_s} = \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{\beta(RL - C_b)}{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2} + 1 \right] \tag{43}$$

が得られる．$C_s = \overline{C_s}$ は C_s 軸と平行な直線となる．このとき $C_s > \overline{C_s}$ の領域では $A_0 \succ A_2$ となり，$C_s < \overline{C_s}$ の領域では $A_2 \succ A_0$ となる．ここで，Ω_i $(i = 0, 1, 2)$ を次のように定義する．

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \left\{ (P_a, C_s) : P_a \geq \overline{P_a}, C_s \geq \overline{C_s} \right\} \\ \Omega_1 &= \left\{ (P_a, C_s) : P_a < \Psi_1(C_s), P_a < \overline{P_a} \right\} \\ \Omega_2 &= \left\{ (P_a, C_s) : P_a \geq \Psi_1(C_s), C_s < \overline{C_s} \right\} \end{aligned}$$

このとき，顧客の最適戦略 $A^*(P_a, C_s)$ は

$$A^*(P_a, C_s) = \begin{cases} A_1 & \text{if } (P_a, C_s) \in \Omega_1 \\ A_2 & \text{if } (P_a, C_s) \in \Omega_2 \\ A_0 & \text{if } (P_a, C_s) \in \Omega_0 \end{cases} \tag{44}$$

となる．図1に顧客の最適戦略の構造を示す．

危険中立的な場合　顧客が危険中立的な主体である場合，すなわち，$\beta = 0$ のとき，オプション A_1 と A_2 の無差別曲線，および P_a，C_s の留保価格はそれぞれ次の通り与えられる．

$$P_a = [\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2]\, C_s, \tag{45}$$

$$\overline{P_a} = RL - C_b, \tag{46}$$

$$\overline{C_s} = \frac{RL - C_b}{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2}. \tag{47}$$

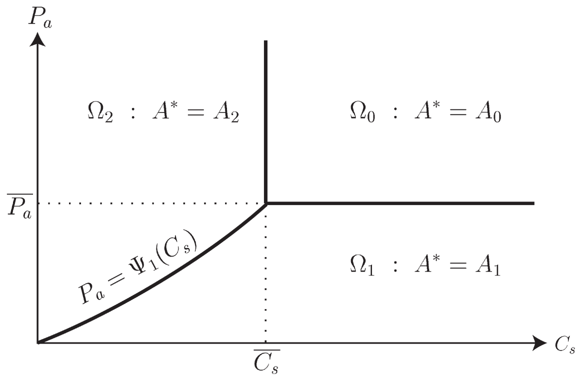

図 1: 顧客の最適戦略

ガンマ分布に従う場合　Type-I 故障時間分布が次数 2 のガンマ分布に従い，$\beta = 0$ である場合，式 (23)，(24)，(26) よりオプション A_1 と A_2 の無差別曲線，および P_a，C_s の留保価格はそれぞれ次の通り与えられる．

$$P_a = \left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1)}{2} + \frac{1}{4}\left(e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_2} - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_1}\right) + \lambda_{\mathrm{II}}W_2\right] C_s, \tag{48}$$

$$\overline{P_a} = RL - C_b, \tag{49}$$

$$\overline{C_s} = \frac{RL - C_b}{\left[\frac{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1)}{2} + \frac{1}{4}\left(e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_2} - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}}W_1}\right) + \lambda_{\mathrm{II}}W_2\right]}. \tag{50}$$

5.2　プロバイダの最適戦略

プロバイダの最適戦略は，自身が決定した (P_a, C_s) に対する顧客の反応を考慮した上で，自身の期待利益が最大となるような (P_a, C_s) を決定することになる．以下では，顧客が各オプションを選択した場合のプロバイダの最適戦略を示す．ただし，x を左から a に限りなく近づけるとき $x \to a - 0$ と書くこととする．

$(P_a, C_s) \in \Omega_1$ のとき，顧客の最適な反応はオプション A_1 を選択することとなる．このときのプロバイダの期待利益は式 (28)，(33) で与えられる．式 (28) および式 (33) はどちらも明らかに P_a に関して単調増加となる．したがって，プロバイダの期待利益を最大にするのは，$P_a^* \to \overline{P_a} - 0$ かつ $C_s^* > \overline{C_s}$ のときである．

$(P_a, C_s) \in \Omega_2$ のとき，顧客の最適な反応はオプション A_2 を選択することとなり，プロバイダの期待利益は式 (30)，(34) で与えられる．ここで，$W_2 > W_1$ の条件より，式 (30) は明らかに C_s に関して単調増加である．また，式 (12) の定義から，式 (34) についても C_s に関

して単調増加であることが確認できる．したがって，プロバイダの期待利益を最大にするのは，$P_a^* > \overline{P_a}$ かつ $C_s^* \to \overline{C_s} - 0$ のときである．

$(P_a, C_s) \in \Omega_0$ のとき，顧客はオプション A_0 を選択する．この場合，プロバイダは自身の期待利益を制御することができない．

したがって，顧客がオプション A_1 または A_2 を選択した場合のプロバイダの期待利益が少なくとも一方について正となる場合，自身の期待利益が大きくなるオプションを顧客に選択させることがプロバイダの最適戦略となる．また，顧客がオプション A_1，A_2 のどちらを選択しても，プロバイダの期待利益が負となる場合，$P_a^* > \overline{P_a}$ かつ $C_s^* > \overline{C_s}$ として顧客にオプション A_0 を選択させることがプロバイダにとっての最適戦略となる．

以上のことから，

$$
\begin{aligned}
&P_a^* \to \overline{P_a} - 0 \text{ かつ } C_s^* > \overline{C_s}, \\
&P_a^* > \overline{P_a} \text{ かつ } C_s^* \to \overline{C_s} - 0, \\
&P_a^* > \overline{P_a} \text{ かつ } C_s^* > \overline{C_s}
\end{aligned}
$$

のうち，期待利益が最大となる (P_a^*, C_s^*) の組合せがプロバイダの最適戦略となる．なお，Type-I 故障分布が指数分布に従う場合，プロバイダの期待利益は

$$
E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]
\begin{cases}
\to \overline{P_a} - (\lambda_{\mathrm{I}} + \lambda_{\mathrm{II}})\, W_2 C_r, & P_a^* \to \overline{P_a} - 0,\ C_s^* > \overline{C_s} \\
\to [\lambda_{\mathrm{I}}\,(W_2 - W_1) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2] \left(\overline{C_s} - C_r\right) - \lambda_{\mathrm{I}} W_1 C_r, & P_a^* > \overline{P_a},\ C_s^* \to \overline{C_s} - 0 \\
= 0, & P_a^* > \overline{P_a},\ C_s^* > \overline{C_s}
\end{cases}
\tag{51}
$$

となる．一方で，Type-I 故障分布が次数 2 のガンマ分布に従う場合，プロバイダの期待利益は

$$
E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]
\begin{cases}
\to \overline{P_a} - \left[\dfrac{\lambda_{\mathrm{I}} W_2}{2} - \dfrac{1}{4}\left(1 - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_2}\right) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2\right] C_r, \\
\qquad\qquad\qquad\qquad P_a^* \to \overline{P_a} - 0,\ C_s^* > \overline{C_s} \\
\to \left[\dfrac{\lambda_{\mathrm{I}}(W_2 - W_1)}{2} + \dfrac{1}{4}\left(e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_2} - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_1}\right) + \lambda_{\mathrm{II}} W_2\right]\left(\overline{C_s} - C_r\right) \\
\qquad - \left[\dfrac{\lambda_{\mathrm{I}} W_1}{2} - \dfrac{1}{4}\left(1 - e^{-2\lambda_{\mathrm{I}} W_1}\right)\right] C_r, \\
\qquad\qquad\qquad\qquad P_a^* > \overline{P_a},\ C_s^* \to \overline{C_s} - 0 \\
= 0, \\
\qquad\qquad\qquad\qquad P_a^* > \overline{P_a},\ C_s^* > \overline{C_s}
\end{cases}
\tag{52}
$$

となる．

表 1: ケース設定 1

Case	1-1	1-2	1-3	1-4
β	0.00	0.01	0.05	0.10
W_1	12			
W_2	24			
L	24			
R	87			
C_b	2,000			
C_r	55			
μ_{I}	48			
λ_{I}	1/48			
λ_{II}	1/240			

6.　数値例

これまでに顧客の期待効用，プロバイダの期待利益を定式化し，それぞれの最適戦略を導出した．ここではスマートフォンなどの携帯端末を念頭に置いた数値例を示し，モデルの特長について議論する．

表 1 には Type-I 故障時間分布が指数分布に従う場合のケース設定を示す．なおパラメータ設定の意味は以下のとおりである．すなわち，メーカ保証期間 W_1 を 12 (months)，延長保証期間および顧客のシステム利用期間を 24（months）とした．システム導入費用 C_b を 2000 (USD) とした．ただし，これには月々の利用料金等を含んでいるものとする．また，近年の代表的なスマートフォンの製造原価は 200 (USD) 程度 [21–23]，ディスプレイ，バッテリの部品原価がそれぞれ 44 (USD), 5 (USD) 程度と推定される [21] ことから，その修理に要するプロバイダの平均費用を 55 (USD) とした．さらに，Type-I の平均故障時間間隔 μ_{I} を 48 (months) とした．これは Type-I 故障時間分布が指数分布に従うとき，$\lambda_{\mathrm{I}} = 1/48$ となることを意味している．一方で，24ヶ月にわたってシステムを利用する顧客 10 名中，1 名の割合でその顧客が 1 度 Type-II 故障に遭遇すると仮定し，$\lambda_{\mathrm{II}} = 1/240$ とした．

(1) ケース 1　ここでは，システムの Type-I 故障時間が指数分布に従うと仮定し，顧客のリスクに対する態度を表すパラメータ β を変化させ，顧客，プロバイダそれぞれの最適戦略の変化を考察する．表 1 に示したケース設定に対する顧客の最適戦略を表 2 及び図 2 に示す．顧客のリスクに対するパラメータ β が大きくなると，すなわち，顧客がより危険回避的にな

表 2: 最適戦略 1

Case	1-1	1-2	1-3	1-4
β	0.00	0.01	0.05	0.10
$\overline{P_a}$	88.00	88.00	88.00	88.00
$\overline{C_s}$	251.43	125.68	52.16	32.64
$E[\pi(P_a, C_s; A_1)]$	55.00	55.00	55.00	55.00
$E[\pi(P_a, C_s; A_2)]$	55.00	10.99	-14.74	-21.58
P_a^*, C_s^*	$P_a^* \to \overline{P_a} - 0$, $C_s^* > \overline{C_s}$ or $P_a^* > \overline{P_a}$, $C_s^* \to \overline{C_s} - 0$	$P_a^* \to \overline{P_a} - 0$ & $C_s^* > \overline{C_s}$		
A^*	A_1 or A_2	A_1	A_1	A_1
$E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]$	55.00	55.00	55.00	55.00

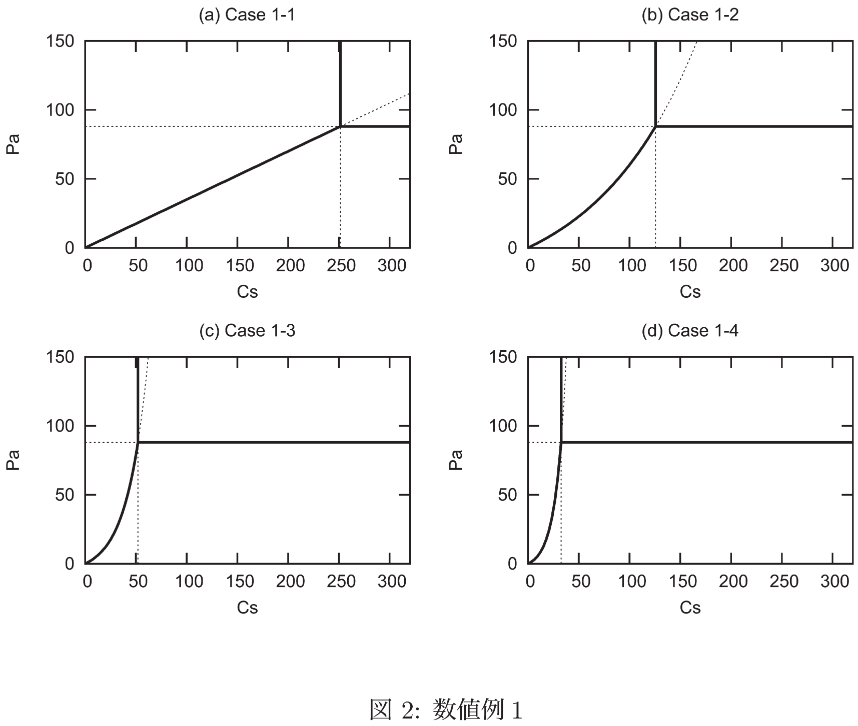

図 2: 数値例 1

るほど，C_s の留保価格である $\overline{C_s}$ は小さくなり，これに従って，オプション A_2 でのプロバイダの期待利益 $E[\pi(P_a, C_s; A_2)]$ も小さくなっていることが確認できる．一方で，P_a の留保価格である $\overline{P_a}$ は β に関して変化せず，この結果，オプション A_1 でのプロバイダの期待利益 $E[\pi(P_a, C_s; A_1)]$ も一定である．

また，$\beta = 0$ のとき，すなわち顧客が危険中立的である場合，プロバイダによって提示された最適な価格の組合せ (P_a^*, C_s^*) に対して，オプション A_1 と A_2 での顧客の期待利益は等しくなり，最適な選択はオプション A_1 または A_2 となる．一方で，$\beta > 0$ のとき，すなわち危険回避的な顧客に対しては，プロバイダによって提示された最適な価格の組合せ (P_a^*, C_s^*) に対する顧客の最適な選択は常にオプション A_1 となる．

表 2 より，Case 1-4 の $\beta = 0.10$ の顧客に対する最適なプロバイダの提示価格は $P_a^* \to 88.00 - 0$ かつ $C_s^* > 32.64$ である．たとえば，$(P_a^*, C_s^*) = (88.00 - 0, 50.00)$ という価格を提示したとき，$\beta = 0.10$ の顧客はオプション A_1 を選択するので，プロバイダの期待利益は $E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)] = 55.00$ となるが，$\beta = 0.05$ の顧客にとって最適な選択はオプション A_2 となり，その結果プロバイダの期待利益は -14.74 をさらに下回ることがわかる．また，$\beta = 0.01$ や $\beta = 0.00$ の顧客にとっても最適な選択はオプション A_2 となる．一方で $\beta = 0.0$ の顧客に対する最適な価格設定 $P_a^* \to 88.00 - 0$ かつ $C_s^* > 251.43$ を行った場合，顧客の危険回避度がどのような値であったとしても，顧客の最適な選択はオプション A_1 となり，プロバイダは期待利益 $E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)] = 55.00$ を確保できる．これはすなわち，故障に対する修理料金 C_s を高めの価格に設定することで，危険回避的な顧客のより多くがオプション A_1 を選択し，これに伴いプロバイダはより多くの期待利益を確保できることを意味している．

(2) ケース 2, 3　ここでは，システムの平均 Type-I 故障時間間隔を変化させ，顧客，プロバイダそれぞれの最適戦略の変化を考察する．表 3 には $\beta = 0$ とし，Type-I 故障時間間隔が指数分布に従う場合のケース設定を示す．ここで，μ_{I} は平均 Type-I 故障時間間隔を意味し，12, 24, 36, 48 (months) の 4 通りを考えた．それぞれの場合に対して指数分布のパラメータ λ_{I} はそれぞれ，1/12, 1/24, 1/36, 1/48 となる．一方で表 4 には $\beta = 0$ とし，Type-I 故障時間分布が 2 次のガンマ分布に従う場合のケース設定を示す．それぞれのケースに対して平均 Type-I 故障時間間隔は表 3 の場合と同じである．この場合，ガンマ分布のパラメータ λ_{I} はそれぞれ，1/6, 1/12, 1/18, 1/24 となる．表 5 および図 3 には，表 3 のケース設定に対する顧客およびプロバイダの最適戦略を示す．また，表 6 および図 4 には，表 4 のケース設定に対する最適戦略を示す．

表 5 および表 6 より，λ_{I} が小さいほど，すなわち，システムがより Type-I 故障を起こしに

表 3: ケース設定 2

Case	2-2	2-2	2-3	2-4
μ_{I}	12	24	36	48
λ_{I}	1/12	1/24	1/36	1/48
β	0.00			
W_1	12			
W_2	24			
L	24			
R	87			
C_b	2,000			
C_r	55			
λ_{II}	1/240			

表 4: ケース設定 3

Case	3-2	3-2	3-3	3-4
μ_{I}	12	24	36	48
λ_{I}	1/6	1/12	1/18	1/24
β	0.00			
W_1	12			
W_2	24			
L	24			
R	87			
C_b	2,000			
C_r	55			
λ_{II}	1/240			

表 5: 最適戦略 2

Case	2-1	2-2	2-3	2-4
μ_{I}	12	24	36	48
λ_{I}	1/12	1/24	1/36	1/48
$\overline{P_a}$	88.00	88.00	88.00	88.00
$\overline{C_s}$	80.00	146.67	203.08	251.43
$E[\pi(P_a, C_s; A_1)]$	-27.50	27.50	45.83	55.00
$E[\pi(P_a, C_s; A_2)]$	-27.50	27.50	45.83	55.00
P_a^*, C_s^*	$P_a^* > \overline{P_a}$ & $C_s^* > \overline{C_s}$	$P_a^* \to \overline{P_a} - 0$ & $C_s^* > \overline{C_s}$		
A^*	A_0	A_1 or A_2	A_1 or A_2	A_1 or A_2
$E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]$	0.00	27.50	45.83	55.00

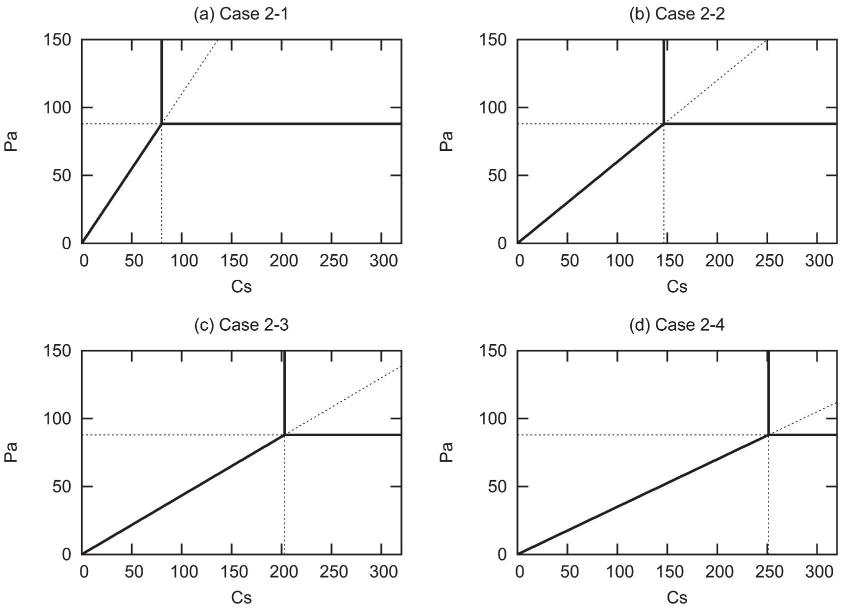

図 3: 数値例 2

表 6: 最適戦略 3

Case	3-1	3-2	3-3	3-4
μ_{I}	12	24	36	48
λ_{I}	1/6	1/12	1/18	1/24
$\overline{P_a}$	88.00	88.00	88.00	88.00
$\overline{C_s}$	80.33	154.18	228.69	301.51
$E[\pi(P_a, C_s; A_1)]$	-13.75	41.00	58.63	66.89
$E[\pi(P_a, C_s; A_2)]$	-13.75	41.00	58.63	66.89
P_a^*, C_s^*	$P_a^* > \overline{P_a}$ & $C_s^* > \overline{C_s}$	$P_a^* \to \overline{P_a} - 0$ & $C_s^* > \overline{C_s}$		
A^*	A_0	A_1 or A_2	A_1 or A_2	A_1 or A_2
$E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]$	0.00	41.00	58.63	66.89

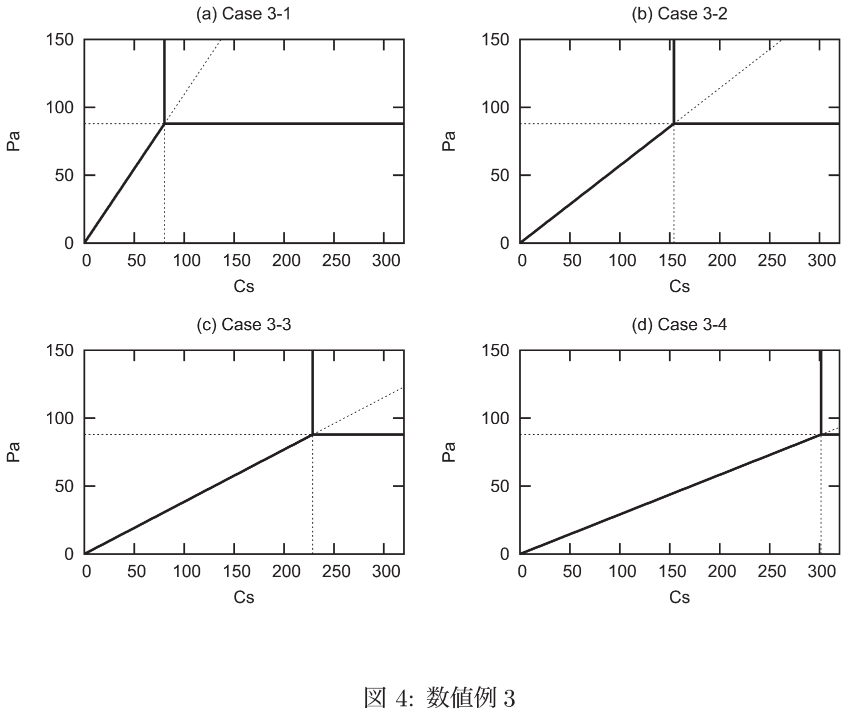

図 4: 数値例 3

くいほど，顧客の C_s に対する留保価格 $\overline{C_s}$ が大きくなり，これに伴い，プロバイダの期待利益 $E[\pi(P_a^*, C_s^*; A^*)]$ も大きくなることが確認できる．またすべてのケースにおいて $\beta = 0$ であることから，顧客にとってオプション A_1 と A_2 は無差別となっている．また，Case 2-1 および Case 3-1 においては，つまり，システムの Type-I 故障率が高い場合においては，オプション A_1 および A_2 でのプロバイダの期待利益がどちらも負となるため，プロバイダの価格設定は顧客がシステムを購入しないような価格にすることとなる．したがって，プロバイダの期待利益は 0 となる．

さらに，表 5 と表 6 を比較すると，平均 Type-I 故障時間間隔 μ_{I} が同じであっても，指数分布よりガンマ分布のときの方が $\overline{C_s}$ は大きくなる．またプロバイダの期待利益も大きくなることが確認できる．

7.　むすび

本論文では，スマートフォンやタブレット端末，ノート型 PC のような携帯型情報端末を念頭に 2 種類の故障を対象にした延長保証サービス契約を考え，プロバイダが顧客に対してオプション A_1, A_2, A_0 を提供している場合を考えた．オプション A_1 を選択する場合，顧客は契約料金 P_a が必要となるが，延長保証期間中は経年劣化による Type-I 故障だけでなく，顧客の過失に起因する Type-II 故障についても無償で修理を受けることが可能となる．一方でオプション A_2 を選択した場合は，メーカ保証期間中の Type-I 故障についてのみ無償で修理を受けることができるが，保証期間終了後の Type-I 故障や，システム導入以降のすべての Type-II 故障については料金 C_s で修理を受けることとなる．この上で，システム対する 2 種類の故障の振る舞いを再生過程およびポアソン過程を用いて表現し，顧客の期待効用とプロバイダの期待費用を導出した．

次に，顧客の期待効用を最大化する最適戦略を示し，プロバイダの期待利益を最大化する最適戦略を議論した．また，スマートフォン等を念頭に置いた数値例を通して，危険中立的な顧客にとってはオプション A_1 と A_2 が無差別になることを示した．また危険回避的な顧客に対しては有償修理料金 C_s を高く設定することで，顧客は延長保証サービス契約を選択し，この結果プロバイダは自身の期待利益を大きくできることを示した．

本論文では，延長保証期間中の Type-II 故障回数について無制限に無償修理を実施することを考えたが，現実に見られる保証契約では顧客の過失による故障については無償修理の回数に制限を設けていることが少なくない．このような場合についても保証サービス契約をモデル化し，解析することは今後の課題である．

参考文献

[1] W.W. Menke, “Determination of warranty reserves,” *Management Science*, vol.15, no.10, pp.B542–B549 (1969).

[2] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, *Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker, New York (1994).

[3] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, *Product Warranty Handbook*, Marcel Dekker, New York (1996).

[4] Y.S. Huang and C.C. Fang, “A cost sharing warranty policy for products with deterioration,” *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol.55, no.4, pp.617–627 (2008).

[5] A. Rahman and G. Chattopadhyay, “Optimal service contract policies for outsourcing maintenance service of assets to the service providers,” *International Journal of Reliability and Applications*, vol.8, no.2, pp.183–197 (2007).

[6] W.M. Yeo and X.M. Yuan, “Optimal warranty policies for systems with imperfect repair,” *European Journal of Operational Research*, vol.199, no.1, pp.187–197 (2009).

[7] E. Asgharizadeh and D.N.P. Murthy, “Service contracts: A stochastic model,” *Proceedings of the Second Australia-Japan Workshop on Stochastic Models in Engineering, Technology and Management,* pp.15–23, Gold Coast, Australia (1996).

[8] E. Asgharizadeh, *Modelling and Analysis of Maintenance Service Contracts*, Doctoral Thesis, The University of Queensland, Brisbane (1997).

[9] D.N.P. Murthy and E. Asgharizadeh, “Optimal decision making in a maintenance service operation,” *European Journal of Operational Research,* vol.116, no.2, pp.259–273 (1999).

[10] 林坂弘一郎，三道弘明，“保証期間延長契約に関する一考察,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J84-A, no.4, pp.528–542 (2001).

[11] K. Rinsaka and H. Sandoh, “A stochastic model on an additional warranty service contract,” *Computers & Mathematics with Applications*, vol.51, 179–188 (2006).

[12] J. von-Neumann and O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior, Second edition*, Princeton University Press, Princeton (1947).

[13] J.W. Pratt, “Risk aversion in the small and in the large,” *Econometrica,* vol.32, no.1–2, pp.122–136 (1964).

[14] D.N.P. Murthy and V. Padmanabhan, “A continuous time model of warranty,” *Working Paper,* Graduate School of Business, Stanford University, Stanford (1993).

[15] 丸山雅祥，成生達彦，現代のミクロ経済学，創文社 (1997).

[16] R.E. Barlow and L.C. Hunter, “Optimum preventive maintenance policies,” *Operations Research*, vol.8, no.1, pp.90–100 (1960).

[17] R.E. Barlow and F. Proshchan, *Mathematical Theory of Reliability,* John Wiley & Sons, New York (1965).

[18] S.M. Ross, *Introduction to Probability Models, 7th edition,* Academic Press, San Diego (2000).

[19] 尾崎俊治，確率モデル入門，朝倉書店 (1996).

[20] J. Janssen and R. Manca, *Applied Semi-Markov Processes*, Springer, New York (2010).

[21] IHS Technology, https://technology.ihs.com/411502/many-iphone-5-components-change-but-most-suppliers-remain-the-same-teardown-reveals (2014 年 6 月 5 日確認).

[22] All Things D, http://allthingsd.com/20130924/teardown-analysis-shows-iphone-5s-costs-at-least-199-to-build-173-for-the-5c/?mod=atdtweet (2014 年 6 月 5 日確認).

[23] CNET, http://www.cnet.com/news/galaxy-s5-costs-around-256-to-build-says-teardown-report/#ftag=CAD590a51e (2014 年 6 月 5 日確認).