遺伝的アルゴリズムによる
大学生の最適履修時間割推薦

林　坂　弘一郎[*1]
大　塚　萌　佳[*2]

概要

本論文では神戸学院大学経営学部の学生に対して最適な履修時間割を推薦することを考える．具体的は様々な履修規則を制約条件とし，卒業所要単位に対する不足単位数，登学日数，空きコマ数の最小化を目的関数とする整数計画問題として履修時間割生成問題を定式化する．提案モデルに対して遺伝的アルゴリズムを適用することで限られた時間内により質の高い履修時間割候補を複数列挙できることを数値例により検証する．

キーワード：履修時間割，整数計画問題，最適化，遺伝的アルゴリズム

1.　まえがき

大学生にとって履修登録はその後の学生生活や将来に大きな影響を及ぼす重要な意思決定である．特に総合大学の文系学部では多種多様な講義科目が提供され，学生が選択できる講義の自由度が高いという特長がある．例えば神戸学院大学経営学部の 2020 年度前期では 1 年次生は共通教育科目と専門教育科目で合計 50 科目以上，延べ 200 以上の開講クラスからある程度の自由度をもって選択が可能である．新入生は入学後の短期間に複雑な制度を理解し，講義の空き時間を少なくするなど適切な履修登録を確定しなければならない．2 年次以上では選択可能な講義数が増加することで自由度がさらに高くなる．一方で卒業要件として必要な講義を確実に履修したり，登学日数を削減したりすることも考える必要がある．

小中学校や高等学校，大学における時間割編成についてはこれまでに様々なモデルが提案さ

*1 本学経営学部教授
*2 株式会社コムニック

れている．Lawrie [1] は小学校の時間割編成問題を整数計画問題として定式化するとともにアドホックな計算手順を示した．池上および呉 [2] は小学校における授業時間割作成や高等学校における答案返却時間割作成などを混合整数計画問題として定式化し，厳密解を導出している．Dorneles ら [3] はブラジルの高等学校において教員の出講日数や空き時間を最小化するような授業時間割を導出している．さらに，Tan ら [4] は主に高等学校における授業時間割作成について広範囲にレビューを行った．

一方で大塚 [5] は神戸学院大学経営学部に入学した 1 年次生の前期履修登録を対象として，履修必修科目やクラス指定科目を考慮し，履修講義の空きコマが生じないような履修時間割を個々の学生に対して推薦するモデルを提案した．本論文では大塚 [5] によるモデルを拡張し，4 学年の前期・後期それぞれの履修登録機会で個々の学生に対して最適な履修時間割を推薦することを考える．具体的には，履修登録に関する様々な規則を制約条件とし，卒業所要単位からの不足単位数，空きコマ数，さらに登学日数の最小化を目的関数とする整数計画問題を定式化する．さらに限られた計算時間内により質の高い時間割候補を複数列挙するために遺伝的アルゴリズムを導入し，数値例において提案モデルとアルゴリズムの有効性を検証する．

2.　定式化

ここでは，学生が履修する講義の履修時間割について最適な候補を得るために，問題を整数計画問題として定式化する．なお，本論文では神戸学院大学経営学部の履修規則に従った定式化を行う．

まず，神戸学院大学経営学部の学生が履修可能な講義の集合を S とし，当該年次の当該セメスター（前期または後期）に履修可能な講義の時間割を次の $t_{s,d,p}$ で表す．

$$t_{s,d,p} = \begin{cases} 1 & \text{講義科目 } s \text{ が 曜日 } d \text{ の時限 } p \text{ に開講されている} \\ 0 & \text{それ以外.} \end{cases} \tag{1}$$

ここで，添字の $s\ (\in S)$, $d\ (= 1, \cdots, 6)$, $p\ (= 1, \cdots, 5)$ はそれぞれ，講義科目 (subject)，曜日 (day)，時限 (period) であり，d は 1：月曜日，2：火曜日，3：水曜日，4：木曜日，5：金曜日，6：土曜日とする．例えば 1 年次前期の「入門演習」($s = 1$) は金曜日の 2 時限と 3 時限に開講されているので，$t_{1,5,2} = t_{1,5,3} = 1$ である．

本学経営学部の講義科目は共通教育科目 (liberal arts) と専門教育科目 (major subjects) からなるので，これらの集合をそれぞれ $S_a\ (\subset S)$，$S_m\ (\subset S)$ とする．なお，本論文では資格科目やユニット科目は考慮しないものとし，$S_a \cup S_m = S$ および $S_a \cap S_m = \emptyset$ とする．共通教育科目のうち外国語分野科目の部分集合を $S_{af}\ (\subset S_a)$ とし，専門教育科目のうち，選択必修

（コア）科目，所属コースの選択必修科目，専門語学科目，法学関連科目の部分集合をそれぞれ，$S_{mr}, S_{mc}, S_{mf}, S_{ml}$ $(\subset S_m)$ とする．さらに，所属コース選択必修科目における 3・4 年次配当科目の部分集合を S_{mc3} $(\subset S_{mc})$ とする．

意思決定変数は任意の履修登録機会において講義集合 S の各講義を履修するかどうかである．本論文では意思決定変数を 3 階テンソル $\boldsymbol{X}$ で表すこととし，$\boldsymbol{X}$ の各要素を次の $x_{s,d,p}$ で表す．

$$x_{s,d,p} = \begin{cases} 1 & \text{講義科目 } s \text{ を 曜日 } d \text{ の時限 } p \text{ に履修する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \qquad (s \in S,\ \forall d,\ \forall p). \tag{2}$$

つまり，$x_{s,d,p}$ は 0 または 1 の値しか取ることができないので，本論文で考える問題は 0-1 整数計画問題となる．

2.1　制約条件

ここでは，神戸学院大学経営学部の履修規則に則った制約条件を定式化する．まず，1 年次では共通教育科目が半期 12 単位以内，専門教育科目が半期 12 単位以内という履修制限制度が設けられている．この制約条件は

$$\sum_{s \in S_a} c_s \sum_d \sum_p x_{s,d,p} \leq 12 \tag{3}$$

$$\sum_{s \in S_m} c_s \sum_d \sum_p x_{s,d,p} \leq 12 \tag{4}$$

となる．ここで，c_s $(s \in S)$ は講義科目 s の単位数 (credit) である．

2 年次以上については共通教育科目と専門教育科目に関わりなく半期で最大 24 単位まで講義を履修できる．したがって，式 (3) および (4) の制約を次の制約に置き換えればよい．

$$\sum_{s \in S} c_s \sum_d \sum_p x_{s,d,p} \leq 24. \tag{5}$$

なお，1 年次生や 2 年次生については，大半の学生が可能な限り履修制限の上限まで履修しようとしている．したがって，共通教育科目と専門教育科目それぞれで最低限履修したい単位数を L_a, L_m とすると，次の制約条件が得られる．

$$\sum_{s \in S_a} c_s \sum_d \sum_p x_{s,d,p} \geq L_a, \tag{6}$$

$$\sum_{s \in S_m} c_s \sum_d \sum_p x_{s,d,p} \geq L_m. \tag{7}$$

開講していない講義はそもそも履修できないので，

$$x_{s,d,p} \leq t_{s,d,p} \quad (s \in S,\ \forall d,\ \forall p) \tag{8}$$

なる制約条件も必要である．また，同じ名称の科目が複数の曜日時限で開講されていたとしても１つしか履修できないという制約は次のようになる．

$$\sum_{d}\sum_{p} x_{s,d,p} \leq 1 \quad (s \in S). \tag{9}$$

さらに，同じ曜日時限では高々１つの講義しか履修できないという制約は次式となる．

$$\sum_{s \in S} x_{s,d,p} \leq 1 \quad (\forall d,\ \forall p). \tag{10}$$

当該セメスターまでに単位を修得した講義を表現するために，次の y_s を導入する．

$$y_s = \begin{cases} 1 & \text{講義科目 } s \text{ の単位を修得済みである} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \qquad (s \in S). \tag{11}$$

すでに単位を修得した講義を再び履修することはできない．この制約条件は次のようになる．

$$y_s + \sum_{d}\sum_{p} x_{s,d,p} \leq 1 \quad (s \in S). \tag{12}$$

卒業要件に関する制約条件について考える．経営学部の卒業要件は，共通教育科目が 24 単位以上，専門教育科目が 100 単位以上であるので，それぞれの卒業要件単位を最終的な履修上限とみなす場合，共通教育科目については

$$\sum_{s \in S_a} c_s \left(y_s + \sum_{d}\sum_{p} x_{s,d,p} \right) \leq 24 \tag{13}$$

となる．専門教育科目についても

$$\sum_{s \in S_m} c_s \left(y_s + \sum_{d}\sum_{p} x_{s,d,p} \right) \leq 100 \tag{14}$$

となる．なお，履修した講義科目の成績が不合格となる可能性を考慮して余分に履修登録をする必要がある場合には，式 (13), (14) の右辺を調整すればよい．さらに，法学関連科目については 12 単位以内が卒業要件として認められることから，次の制約も必要となる．

$$\sum_{s \in S_{ml}} c_s \left(y_s + \sum_{d}\sum_{p} x_{s,d,p} \right) \leq 12. \tag{15}$$

また，「標準英語 Ia」と「標準英語 Ib」のように週２回ペアで受講しなければならないペア科目に関する制約を考える．いま，i 行 j 列要素 ψ_{ij} $(i \neq j)$ が

$$\psi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{講義 } i \text{ と講義 } j \text{ がペア科目である} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \qquad (i, j \in S) \tag{16}$$

となるような行列 $\mathbf{\Psi} = (\psi_{ij})$ を定義する．ただし，$i = j$ のとき $\psi_{ij} = 0$ とする．もしも，$\psi_{ij} = 1$ なら講義 i を履修するときには講義 j も合わせて履修しなければならないので，この条件は

$$\sum_d \sum_p x_{i,d,p} = \sum_d \sum_p x_{j,d,p} \quad \text{if } \psi_{ij} = 1 \quad (i, j \in S) \tag{17}$$

と書ける．これは次のようなペア科目の制約条件に変形することができる．

$$\psi_{ij} \sum_d \sum_p (x_{i,d,p} - x_{j,d,p}) = 0 \quad (i, j \in S). \tag{18}$$

週に 2 コマ開講される講義に関する制約も考えるために，次の変数 v_s を導入する．

$$v_s = \begin{cases} 1 & \text{講義 } s \text{ が 2 コマ科目である} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \qquad (s \in S). \tag{19}$$

講義 s が 2 コマ科目（すなわち，$v_s = 1$）で，曜日 d_1 の時限 p_1 と 曜日 d_2 の時限 p_2 に開講されているとする．このとき，講義 s を履修する際には両方の時間で講義を履修しなければならないので，制約条件は

$$x_{s,d_1,p_1} - x_{s,d_2,p_2} = 0 \quad \text{if } v_s = 1 \quad (s \in S) \tag{20}$$

となり，これは次のとおり変形可能である．

$$v_s \left(x_{s,d_1,p_1} - x_{s,d_2,p_2}\right) = 0 \quad (s \in S). \tag{21}$$

1 年次では必修科目やクラス指定科目の関係で月曜日から土曜日まで週あたり 6 日間登学しなければならない．また，1 単位科目である共通教育科目の外国語分野などの講義を多く履修することとなることから，自ずと履修講義数も多くなる．しかし，2 年次以上では 1 単位科目の履修機会やクラス指定科目が減少することから，履修時間割の自由度が高くなる．よって，最少では 3 日の登学日に履修講義を配置することで上限である 24 単位を登録可能になるが，その場合には 1 日あたりの講義数が多くなってしまうことになる．

もしも任意の d に対して

$$\sum_s \sum_p x_{s,d,p} > 0 \tag{22}$$

なら，曜日 d に登学することを意味する．ここで，

$$\gamma_d\left(\boldsymbol{X}_d\right) = \begin{cases} 1 & \text{if } \displaystyle\sum_s \sum_p x_{s,d,p} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (\forall d) \tag{23}$$

を定義すると，

$$G(\boldsymbol{X}) = \sum_d \gamma_d\left(\boldsymbol{X}_d\right) \tag{24}$$

が登学日数になる．したがって，1週間あたり最低限登学したいという日数を L_γ $(1 \leq L_\gamma \leq 6)$ とすると，最低登学日数に関する制約条件は次のとおりとなる．

$$G(\boldsymbol{X}) \geq L_\gamma. \tag{25}$$

一方で，1日あたりに受講する講義の上限を U_λ $(1 \leq U_\lambda \leq 5)$ とすると，1日あたりの最大受講講義数に関する制約条件は次のとおり書くことができる．

$$\sum_s \sum_p x_{s,d,p} \leq U_\lambda \quad (\forall d). \tag{26}$$

したがって，本論文で考える制約条件を整理すると次のようになる．すべての年次に対し共通して必要となる制約条件は，式 (6)〜(10), (12)〜(15), (18), (21), (25), (26) である．1年次ではこれらに式 (3)，(4) が，2年次以上では式 (3)，(4) の代わりに式 (5) が必要となる．

2.2　目的関数

本論文では，上述した制約条件を満たしつつ，卒業所要単位修得までの不足単位数を最小化することを考え，同時に登学日数や空きコマ数を最小化することも考える．

履修登録によって見込まれる共通教育科目での卒業所要単位に対する不足単位数を $Z_a(\boldsymbol{X})$ とすると，卒業所要単位数が24単位であることから，式 (13) を用いて

$$Z_a(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 24 - \sum_{s \in S_a} c_s \left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\} \tag{27}$$

となる．専門教育科目の不足単位数 $Z_m(\boldsymbol{X})$ も同様に式 (14) を用いて

$$Z_m(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 100 - \sum_{s \in S_m} c_s \left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\} \tag{28}$$

となる．また共通教育科目の区分のうち外国語分野に対する不足単位数を $Z_{af}(\boldsymbol{X})$，専門教育科目の各区分（選択必修（コア）科目，所属コースの選択必修科目，所属コースの3・4年次配当選択必修科目，専門語学科目）に対する不足単位数をそれぞれ，$Z_{mr}(\boldsymbol{X})$, $Z_{mc}(\boldsymbol{X})$, $Z_{mc3}(\boldsymbol{X})$, $Z_{mf}(\boldsymbol{X})$ とすると，次のようになる．

$$Z_{af}(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 8 - \sum_{s \in S_{af}} c_s \left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\}, \tag{29}$$

$$Z_{mr}(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 12 - \sum_{s \in S_{mr}} c_s \left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\}, \tag{30}$$

$$Z_{mc}(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 20 - \sum_{s\in S_{mc}} c_s\left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\}, \tag{31}$$

$$Z_{mc3}(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 6 - \sum_{s\in S_{mc3}} c_s\left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\}, \tag{32}$$

$$Z_{mf}(\boldsymbol{X}) = \max\left\{0,\ 4 - \sum_{s\in S_{mf}} c_s\left(y_s + \sum_d \sum_p x_{s,d,p}\right)\right\}. \tag{33}$$

また，式 (27)〜(33) の和を次のとおり定義する．

$$\begin{aligned} Z(\boldsymbol{X}) = & Z_a(\boldsymbol{X}) + Z_m(\boldsymbol{X}) + Z_{af}(\boldsymbol{X}) + Z_{mr}(\boldsymbol{X}) \\ & + Z_{mc}(\boldsymbol{X}) + Z_{mc3}(\boldsymbol{X}) + Z_{mf}(\boldsymbol{X}). \end{aligned} \tag{34}$$

次に，空きコマ数について定式化する．例えば月曜日に 1 時限と 3 時限だけ講義を履修する場合は 2 時限が空きコマになり，空きコマ数は 1 である．また，1 時限と 4 時限を履修する場合は空きコマ数は 2 になる．曜日 d の空きコマ数を $\phi_d(\boldsymbol{X}_d)$ とする． このとき，1 週間での空きコマ数の合計 $Q(\boldsymbol{X})$ は次式となる．

$$Q(\boldsymbol{X}) = \sum_d \phi_d(\boldsymbol{X}_d). \tag{35}$$

最終的には，式 (34) の不足単位の合計と，式 (24) の登学日数および式 (35) の空きコマ数をコストに換算して目的関数とする．例えば，できる限り少ない日にまとめたい，空きコマを減らしたいなど，これらに重み付けのパラメータを設定すれば学生個人が希望する目的関数を設定できるようになる．いま，不足単位数に関する重みを $w_\zeta\ (\geq 0)$，登学日数に関する重みを $w_\gamma\ (\geq 0)$，空きコマに関する重みを $w_\phi\ (\geq 0)$ とする．このとき目的関数は次のようになる．

$$\text{minimize} \quad w_\zeta Z(\boldsymbol{X}) + w_\gamma G(\boldsymbol{X}) + w_\phi Q(\boldsymbol{X}). \tag{36}$$

3.　遺伝的アルゴリズムによる最適化

ここでは，**2.** で定式化した履修時間割候補推薦問題について，限られた計算時間内により質の高い時間割候補を複数列挙するために導入する遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm: GA) について説明する．遺伝的アルゴリズムはメタヒューリスティクス [6] の一つである．メタヒューリスティクスでは，(1) 過去の探索履歴を利用して新たな解を探索する，(2) 探索した解を評価し，次の解の探索に必要な情報を取り出す，という操作を繰り返し適用する [7]．特に，ここで適用する遺伝的アルゴリズムでは，その計算過程で得られた複数の解を集団として保持し続けることから，最終的に質の高い解を利用者に複数提示することができるようになる．

3.1　遺伝的アルゴリズムの効率的な適用

まず，式 (2) の変数 $x_{s,d,p}$ は 0-1 変数であるので，考えうる全ての組み合わせを網羅できれば最適な履修時間割を列挙することができる．しかしながら，このような全数探索では膨大な組み合わせを考えなければならない．例えば，開講されている講義数が $s = 50$ の場合，$x_{50,6,5}$ は $2^{50\times6\times5} = 2^{1500} \approx 3.507 \times 10^{451}$ もの組み合わせに爆発する．

式 (8) の制約条件を考えると，$x_{s,d,p}$ から曜日 d の p 時限に開講されていない講義は削除することが可能である．いま，開講されている講義の集合を χ_A とする．例えば，2020 年度前期の 1 年次生時間割を利用すると，χ_A は

$$
\begin{aligned}
\chi_A = [\ & \text{入門演習（金曜日・2 時限）, 入門演習（金曜日・3 時限）,} \\
& \text{経営学総論 I（木曜日・1 時限）, 経営学総論 I（木曜日・2 時限）,} \\
& \text{経営数学 I（月曜日・2 時限）, 標準英語 Ia（月曜日・1 時限）,} \\
& \text{標準英語 Ia（月曜日・2 時限）, 標準英語 Ia（月曜日・3 時限）,} \\
& \text{初級中国語 Ia（水曜日・1 時限）, 初級中国語 Ia（水曜日・2 時限）,} \\
& \text{文章表現 I（水曜日・2 時限）, 文章表現 I（水曜日・3 時限）}, \cdots\ ]
\end{aligned} \tag{37}
$$

のようになり，χ_A の長さは 120 となる．すなわち，集合 χ_A に対して履修するかどうかの 0-1 変数を考えると，組み合わせは $2^{120} \approx 1.3292 \times 10^{36}$ となる．

次に，必修科目を利用した組み合わせの削減を考える．必修科目の集合を χ_R とする．例えば，

$$
\begin{aligned}
\chi_R = [\ & \text{入門演習（金曜日・2 時限）, 標準英語 Ia（月曜日・3 時限）,} \\
& \text{初級中国語 Ia（水曜日・2 時限）}, \cdots\ ]
\end{aligned} \tag{38}
$$

としたとき，これら χ_R の講義は必ず履修することになるので，別の曜日時限に開講される同じ講義は履修することができない．これら履修不可能な講義の集合を $\chi_{\overline{R}}$ とする．このとき，

$$
\begin{aligned}
\chi_{\overline{R}} = [\ & \text{入門演習（金曜日・3 時限）, 標準英語 Ia（月曜日・2 時限）,} \\
& \text{初級中国語 Ia（水曜日・1 時限）}, \cdots\ ]
\end{aligned} \tag{39}
$$

に含まれる講義は履修できないため，集合 χ_A から削除が可能である．例えば 2020 年前期の場合は集合 $\chi_{\overline{R}}$ によって 30 コマの講義を削減可能となる．つまり，考慮すべき組み合わせは $2^{90} \approx 1.238 \times 10^{27}$ となる．

さらに集合 χ_R について考えると，水曜日・2 時限には「初級中国語 Ia」を履修しなければならないので，同じ曜日時限に開講される講義も履修することができない．これらの講義の集

合を $\chi_{\tilde{R}}$ とすると，式 (38) の例に対しては

$$\chi_{\tilde{R}} = [\text{ 文章表現 I（水曜日・2 時限)}, \cdots\ ] \tag{40}$$

となる．これによってさらに 23 コマの講義が削減可能となる．つまり考慮すべき組み合わせは $2^{67} \approx 1.4757 \times 10^{20}$ となる．

最後に履修クラス指定講義について考える．例えば「経営学総論 I」は木曜日・1 時限と 2 時限に開講されているが，履修者数を平準化させるために学籍番号によってクラス指定されている．このようなクラス指定講義の集合を χ_C とする．例えば χ_C を

$$\chi_C = [\text{ 経営学総論 I（木曜日・1 時限)}, \cdots\ ] \tag{41}$$

とすると，別の曜日時限に開講されている同じ講義は履修することができない．この集合を $\chi_{\overline{C}}$ とすると，

$$\chi_{\overline{C}} = [\text{ 経営学総論 I（木曜日・2 時限)}, \cdots\ ] \tag{42}$$

となる．2020 年度前期の場合は $\chi_{\overline{C}}$ によって 2 コマの講義を削減できる．つまり，考慮すべき組み合わせは $2^{65} \approx 3.689 \times 10^{19}$ となる．

したがって，

$$\chi = \chi_A - (\chi_{\overline{R}} \cup \chi_{\tilde{R}} \cup \chi_{\overline{C}}) \tag{43}$$

から得られる履修可能な講義集合 χ に対して，

$$\chi_i = \begin{cases} 1 & \text{講義科目 } i \text{ を履修する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \qquad (i = 1, \cdots, m) \tag{44}$$

の一つひとつを遺伝的アルゴリズムの遺伝子とし，講義集合 χ を染色体として考えればよい．ここで m は履修可能な講義コマ数の総数である．なお，1 年次後期以降では単位習得済みの講義コマや先修条件により履修できない講義コマも講義集合 χ から削除する必要があることに注意する．

3.2　遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズムはメタヒューリスティクスのひとつであり，生物の進化過程をシミュレーションすることで，多数の組み合わせの中から最適な解を見つけ出すことができるアルゴリズムである．遺伝的アルゴリズムでは 0 と 1 の値を持つ遺伝子 (gene) からなる染色体 (chromosome) を考える．以下では式 (44) で与えられる χ_i を遺伝子として，その遺伝子配列

χ を染色体として考える．つまり，遺伝子一つひとつがその講義を履修するかどうかの情報であり，染色体が履修時間割となる．

遺伝的アルゴリズムでは染色体（すなわち履修時間割）の集まりを集団 (population) と呼び，この集団に対して交叉 (crossover)，突然変異 (mutation)，選択 (selection) という操作を繰り返す．交叉とは集団内の 2 つの染色体の組において，遺伝子の一部を入れ替えることである．突然変異とは，各染色体において，ある確率で一部の遺伝子が 0 から 1 へ，あるいは 1 から 0 へ変化することを言う．さらに，選択は交叉と突然変異を経た染色体の集団および元の染色体の集団のうち，環境へのより高い適応性を持つものが次世代に選択されることをいう．

本論文で採用した遺伝的アルゴリズムは具体的には次に示すようなアルゴリズムである [6,7].

Step 1:　k 個の染色体からなる初期集団 P を生成する．

Step 2:　（交叉）集団 P をランダムに並べ替え，順に取り出した 2 つの染色体ごとにそれらを組み合わせて新たな解の集団 Q_1 を生成する．

Step 3:　（突然変異）集団 P と Q_1 を複製した集団 Q_2 を作成し，集団 Q_2 から遺伝子をランダムにいくつか選び，遺伝子の情報を変化させる．

Step 4:　（選択）集団の集合 $P \cup Q_1 \cup Q_2$ から制約違反数が少ない順に，かつ目的関数値のよい順に k 個を選択し，次世代の集団 P とする．

Step 5:　終了条件を満たせば目的関数最良値となる染色体を出力して終了．そうでなければ **Step 2** に戻る．

なお，**Step 4** においてすべての遺伝子の組み合わせが同一である染色体が集団内に複数含まれることがある．これらがたとえ最良の個体であったとしても，1 個体のみを次世代の集団に残すことにする．これにより，集団内の多様性が維持できるようになる．また，本研究で扱う問題の場合，目的関数が最良となる遺伝子の組み合わせは多くの場合で複数存在することが予想される．これは例えば，ある履修時間割において特定の曜日時限の履修講義を，同じ曜日時限に開講されている区分の異ならない別の講義に置き換えたような履修時間割である．したがって，**Step 5** では最適解として複数の履修時間割候補を提示できることに注意する．また最適解に限ることなく，必要に応じて得られたすべての実行可能解，すなわち履修登録可能な時間割候補を提示することも可能である．これも遺伝的アルゴリズムを採用する利点である．

図 1 には遺伝的アルゴリズムにおける交叉と突然変異の例を示す．図 1 において，第 1 世代となる染色体の集団 P の初期値はランダムに設定する．ただし，履修必修科目については 1 に設定するようにする．図 1 の例では左から 2 番目の遺伝子が履修必修科目である．**Step 2** で

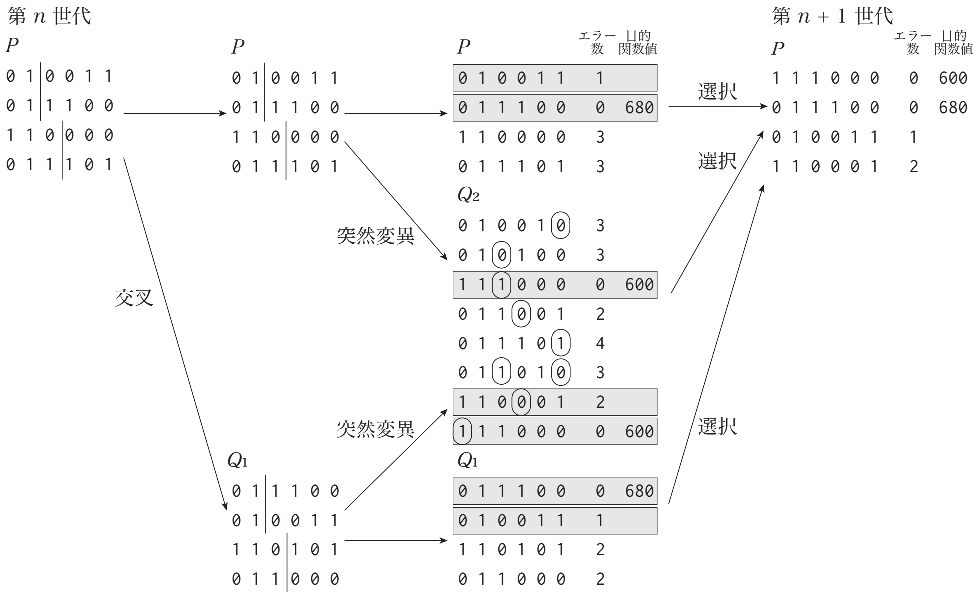

図 1　交叉と突然変異の例

は，P から 2 つの染色体を選び，ランダムに設定した箇所を基準に遺伝子情報を入れ替えることにより交叉を行い集団 Q_1 を生成する．**Step 3** では履修必修科目を除くいくつかの遺伝子情報を反転させることにより突然変異を行う．**Step 4** では，各染色体（すなわち履修時間割）について制約条件の違反回数をエラー数として計算すると同時に，エラー数が 0 となる染色体（すなわち実行可能解）については目的関数値を計算する．さらに，エラー数と目的関数値で整列し上位の染色体を選択して次世代の集団 P とする．これらの処理を繰り返すことにより，実行可能解が発見され，最小となる目的関数値が徐々に改善されるとともに，実行可能解の発見個数も増加することが期待される．

4.　数値例

ここでは，2017 年度入学生を対象として，2020 年度の時間割をもとに各学年での履修時間割候補を生成する数値実験を行った結果を示す．なお，実験は 3.2GHz 6 コア Intel Core i7 CPU，32GB メモリを搭載した Apple Mac mini で行った．システムの開発に使用した言語は Python 3.7 系である．

表１　生成された１年次前期履修時間割例 (1)

	１時限	２時限	３時限	４時限
月	チャレンジャー英会話	経営数学 I	標準英語 Ia	
火	地域学入門 I	初級中国語 Ia	基礎会計学 I	
水		初級中国語 Ib		
木	経営学総論 I	経営史総論 I	スポーツ科学入門	標準英語 Ib
金		入門演習	経営統計学 I	健康科学入門
土	基礎情報処理実習 I			

表２　生成された１年次前期履修時間割例 (2)

	１時限	２時限	３時限	４時限
月		経営数学 I	標準英語 Ia	数的思考 I（総論）
火		初級中国語 Ia		
水		初級中国語 Ib	基礎経済学 I	
木	経営学総論 I	経営史総論 I	防災・防犯入門	標準英語 Ib
金	時事・現代用語 I	入門演習	経営統計学 I	
土	基礎情報処理実習 I			

数値実験において遺伝的アルゴリズムに関するパラメータは次のとおり設定した．染色体の初期集団 P における個体数は $k = 1024$ とした．初期集団 P の生成において選択科目の遺伝子は確率 0.2 で 1 に設定し，遺伝子の突然変異確率を 0.01 とした．また目的関数 (36) における重み付けパラメータは $\omega_\zeta = 10, \omega_\gamma = 100, \omega_\phi = 80$ とした．

まず，1 年次前期の学生を対象に履修時間割候補を生成した．ここでは $L_a = 10$, $L_m = 10$, $L_\gamma = 1$, $U_\lambda = 5$ と設定した．ただし，1 年次生については履修必修科目の関係上，週 6 日の登学が必要であることに注意する．遺伝的アルゴリズムにおける交叉と突然変異を 30 世代まで繰り返した結果，1024 個の集団においてすべての染色体が制約条件を満足する遺伝子配列となった．すなわちこれらはすべてが登録可能な履修時間割の候補である．このうち目的関数値

表 3　生成された 3 年次前期履修時間割例 (1)

	1 時限	2 時限	3 時限	4 時限
月	経営情報論 I	憲法	システム分析 I	情報ネットワーク論
火	経営科学 I	会社法 I	国際経営論 I	
水	マーケティング・リサーチ I	演習 IA	経営学特講 III	
木		応用経営情報処理 I	コミュニケーション英語 II	

表 4　生成された 3 年次前期履修時間割例 (2)

	1 時限	2 時限	3 時限	4 時限
火	経営科学 I	スポーツ・マーケティング論 I	ビジネス中国語 I	経営戦略論 I
水	マーケティング・リサーチ I	演習 IA	経営学特講 III	
木	応用経営情報処理 I	財務諸表分析 I	コミュニケーション英語 II	
金		企業金融論 II	会社法 I	

が最小となる遺伝子配列は 8 種類であった．なお，この計算に要した CPU 時間は 15 分 56 秒程度であった．表 1 及び表 2 には生成された履修時間割候補の例を示す．表 1 は共通教育科目は 12 単位，専門教育科目も 12 単位を登録した空きコマのない履修時間割である．表 2 は共通教育科目が 11 単位，専門教育科目は 12 単位となる履修時間割である．これはクラスを指定された講義以外の履修時間割が表 1 とは大きく異るが，これも空きコマがなく登録が可能な履修時間割である．

次に，2 年間で共通教育科目 24 単位と専門教育科目 66 単位の合計 90 単位を修得した経営情報科学コース所属の 3 年次生を対象に前期の履修時間割候補を生成した．ここでは $L_a = 0$, $L_m = 0$, $L_\gamma = 1$, $U_\lambda = 5$ と設定した．1 年次生と同様に 30 世代まで繰り返した結果，ここでも 1024 個の集団においてすべての染色体が制約条件を満足する遺伝子配列となった．このうち目的関数値が最小となる遺伝子配列は 24 種類であった．なおこの計算に要した CPU 時間は 18 分 26 秒程度であった．表 3 及び表 4 には生成された履修時間割の例を示す．表 3 は経営情報科学コースの 3 年次前期配当科目をすべて履修登録し，空きコマのない週 4 日の履修時間割である．表 4 はコース選択必修科目の履修が少ない結果，その不足単位数が多くなるため，

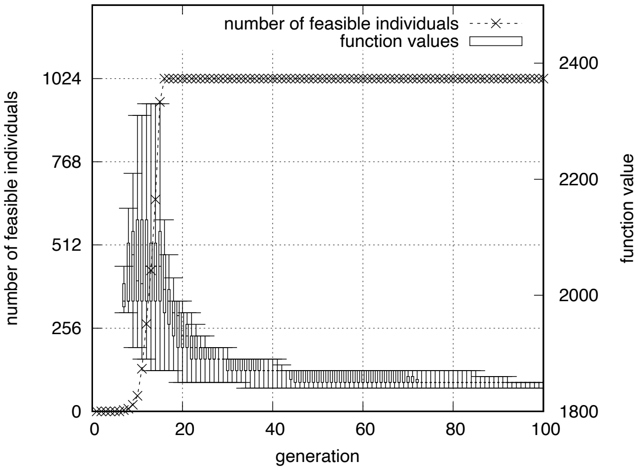

図 2　生成された履修時間割候補数と目的関数値の推移

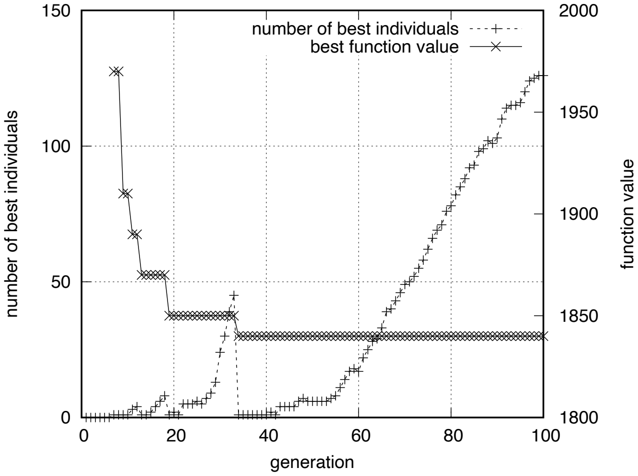

図 3　生成された最良履修時間割候補数と最良目的関数値の推移

目的関数値は表 3 のものに比べて劣ることになる．しかしながら，これも空きコマがなく週 4 日にまとめた登録可能な履修時間割である．

さらに 1 年次前期の履修時間割生成について交叉と突然変異を 100 世代まで繰り返した結果を図 2，及び図 3 に示す．図 2 左軸の折れ線グラフは生成された登録可能な履修時間割候補数の推移である．第 7 世代ではじめて実行可能解が生成され，16 世代には集団内のすべての染色体が実行可能解な遺伝子配列に進化したことがわかる．図 2 右軸の箱ひげ図は集団内での実行

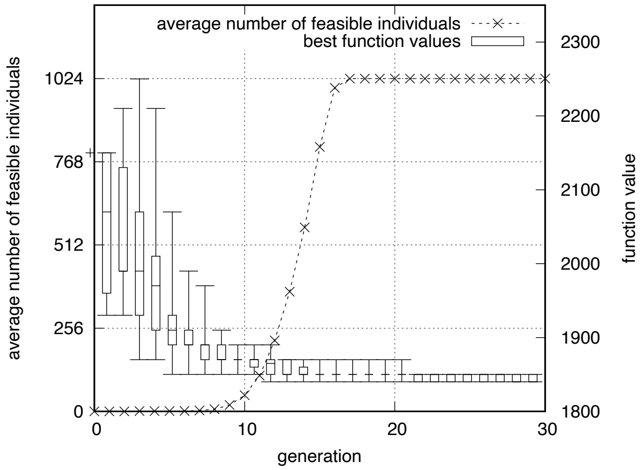

図 4　履修時間割候補数の平均値と最良目的関数値の推移

可能解に対する目的関数値を示す．世代の初期では目的関数値のばらつきが一旦大きくなるが，集団内がすべて実行可能解となった後はそのばらつきが小さくなり，集団内の最良個体と最悪個体の目的関数値がどちらも改善されていく様子が観察できる．

図 3 右軸の実線グラフは最良個体の目的関数値の推移であり，これは図 2 の箱ひげ図の最小値と一致する．図 3 左軸の破線グラフは集団内の最良個体数の推移である．図 3 より，最良個体の目的関数値が改善されると同時に最良個体数は一旦減少するが，世代を重ねることで最良個体が再び増加していく様子が読み取れる．特に第 34 世代で目的関数が改善された後は最良個体数が徐々に増加し，第 100 世代では最良履修時間割を 126 種類提示できることがわかる．

さらに，図 4 は第 30 世代までの履修時間割生成を異なる染色体の初期集団に対して 100 回実施した結果である．図 4 左軸の折れ線グラフは集団内における実行可能解平均数，すなわち登録可能な履修時間割の平均数である．これによればどのような染色体の初期集団に対してでも第 17 世代経過後には集団内のすべての遺伝子配列が実行可能解になることがわかる．また図 4 右軸の箱ひげ図は集団内の最良個体の目的関数値である．この結果，30 世代程度の実行でも最適解またはその近似解を生成可能であることが明らかになった．

5.　むすび

本論文では個々の大学生にとって最適な履修時間割の候補を推薦することを目的とした．具体的には神戸学院大学経営学部の履修規則を制約条件とし，卒業所要単位に対する不足単位数，

登学日数，空きコマ数の最小化を目的関数とする整数計画問題を定式化した．遺伝的アルゴリズムを効率的に適用するための染色体構築方法についても議論した．数値例を通じて 1 年次や 3 年次の履修時間割が現実的な時間で推薦できることを示し，提案モデルや遺伝的アルゴリズムの有効性を明らかにした．

本論文の遺伝的アルゴリズムでは履修必修科目以外にランダムに突然変異が起こることを考えた．これにより多様な染色体が生成され，結果として様々な履修時間割の候補を得ることができた．その一方で，突然変異によって制約違反を起こす染色体も多く現れていることも事実である．これは例えば同じ曜日時限に複数の講義を登録するといった組み合わせである．したがって，制約違反を起こす突然変異を一部制限するなどの方法を採用し，より短時間で多くの候補を推薦することは今後の課題である．

今後，大学の一部講義においてはオンデマンド形式が恒常的に取り入れられる可能性も考えられる．この場合はオンデマンド講義を時間割の特定の曜日時限に必ずしも配置する必要はなく，時間割編成の自由度が高まることになる．このような状況での時間割編成や学生の履修時間割を検討することも今後の課題である．

参考文献

[1] Lawrie, N. L.: An integer linear programming model of a school timetabling problem, *The Computer Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 307–316 (1969).

[2] 池上敦子, 呉偉：学校時間割作成, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 65, No. 3, pp. 148–156 (2020).

[3] Dorneles, A. P., de Araújo, O. C. and Buriol, L. S.: A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem, *Computers & Operations Research*, Vol. 52, pp. 29–38 (2014).

[4] Tan, J. S., Goh, S. L., Kendall, G. and Sabar, N. R.: A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems, *Expert Systems with Applications*, Vol. 165, (2021).

[5] 大塚萌佳：整数計画法による最適履修時間割推薦, 神戸学院大学経営学部卒業論文 (2021).

[6] 久保幹雄, J. P. ペドロソ：メタヒューリスティクスの数理, 共立出版 (2009).

[7] 梅谷俊治：しっかり学ぶ数理最適化 – モデルからアルゴリズムまで, 講談社 (2020).